

# Radiosity for Point-sampled Geometry

Yoshinori Dobashi

Tsuyoshi Yamamoto

Tomoyuki Nishita\*

Hokkaido University

\*The University of Tokyo

{doba,yamamoto}@nis-ei.eng.hokudai.ac.jp

\*nis@is.s.u-tokyo.ac.jp

## Abstract

近年、3次元形状を表現するため、ポイントサンプルジオメトリと呼ばれる点を基本要素とする新しい表現形式が注目を集めている。そのため、ポイントサンプルジオメトリに関する応用研究が盛んに行われている。本稿では、そのような応用手法の一つとして、ポイントサンプルジオメトリのための相互反射計算法を提案する。サンプル点の集合で表現された3次元物体からメッシュを発生させることなく相互反射計算を行う。これにより、ポイントサンプルジオメトリの利点を損なうことなく、大域照明のシミュレーションを行うことが可能となる。

## 1. Introduction

コンピュータグラフィックスの分野において、ポイントサンプルジオメトリ [Pfis00][Rusi00]は、3次元形状を表現する形式の一つとして、その重要性を増しつつある。従来、3次元物体の形状は、ポリゴンや曲面など面を基本要素として表現されてきた。ポイントサンプルジオメトリ (Point-sampled Geometry; 以下、PSG と略す)は、点を基本要素とする新しい表現形式である。3次元形状はその表面をサンプルした点の集合として表され、サンプル点間の接続情報を保持しない。そのため、データ構造の簡単化や記憶容量の削減が可能となる。また、レンジデータなど実物体の形状測定を行う場合、取得される情報はサンプル点の集合である場合が多く、メッシュ構築の手間を省略できる。このような利便性から、さまざまな応用手法が開発されつつある [Zwic01][Shauf00][Paul01][Paul03][Adam03]。

本稿では、PSG のための相互反射計算法を提案する。相互反射計算においては、微小面要素間の放射エネルギーの授受を計算する必要がある。従来、物体表面を四角形などのパッチに分割することでこの計算を行ってきた。しかし、PSG は、サンプル点の集合であり、面積の概念がない。そのため、従来手法をそのまま PSG に適用することは難しい。単純なアプローチとして、サンプル点からメッシュ構築などにより物体表面を再構築し、従来の相互反射計算法を適用することが考えられる。しかし、この場合、ポイントデータの利点を損なうこととなるだけでなく、ポイントデータとメッシュデータの両方を保持しなくてはならない。そこで、我々は、物体表面を再構築することなく相互反射計算を行う手法を提案する。提案法では、まず、各サンプル点が大

表する面積を算出する。そして、その結果を用いて相互反射計算を行う。相互反射計算には、Stammingerらによる手法[Stam00]を応用する。この方法は、物体表面の輝度分布をより少ないパッチで表現できるよう、Heirarchical Radiosity 法[Hanr91]を改良したものである。提案法では、パッチの代わりにサンプル点を用いて相互反射計算を行う。

提案法により、PSG の利点を損なうことなく、PSG を考慮した大域的照明シミュレーションを行うことが可能となる。ただし、本稿では物体表面の反射特性は拡散反射を仮定する。

以降、まず、2 節において、関連手法について議論した後、3 節において、相互反射計算の原理について述べる。次に、4 節において提案法の基本的考え方を述べる。そして、5 節から7 節においてその詳細を説明する。8 節では、適用例を示し、提案手法の有効性について議論する。最後に、9 節で本稿のまとめを行う。

## 2. Related Work

PSG は 1985 年 Marc Levoy によって最初に提案されたと言われている [Levo85]。その後、2000 年の Pfister らと Rusinkiewica らの研究 [Pfis00][Rusi00]をきっかけに応用手法の開発が盛んに行われている。Zwicker らは画質の向上を目指し、Surface Splatting 法を提案した [Zwic01]。また、Kalaiah らサンプル点位置の曲率を利用することで、さらなる画質の向上を図っている [Kala03]。LOD 考え方をを用いることで、高画質かつインタラクティブに PSG を表示する手法も提案されている [Stam01][Dach03]。しかし、これらの研究では、PSG の表示に主眼が置かれており、照明効果については、直射光しか考慮されていない。

大域照明の効果を考慮するため、Shaufler らは PSG のためのレイトレーシング法を提案した [Shau00]。Adamson らは Shaufler らの手法では、レイの方向によって PSG とレイとの交点位置が変化するという問題を指摘し、改良手法を提案している [Adam03]。これらの手法では、モンテカルロベースによる大域照明をシミュレーションする。

一方、本論文で扱っているような有限要素法をベースとした PSG のための相互反射計算手法はこれまで開発されていない。有限要素ベースの手法では、物体表面を四角形パッチなどの面要素に分割しなくてはならない。しかし、PSG はサンプル点のみの集合であるため、従来の有限要素ベースのラジオシ

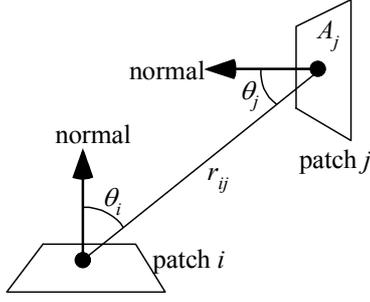


Figure 1: Calculation of form factors.

ティ法をそのまま適用することはできない。本論文は、この問題を解決するため、PSGを考慮した有限要素ベースの相互反射計算法を提案するものである。

### 3. Concept of Radiosity Calculation

相互反射の計算原理を簡単に述べる(詳細は、例えば、文献[Cohe93]参照)。最も基本的な方法は物体表面を四角形等の微小パッチに分割し、パッチ間のエネルギーの授受を計算することである。これは、次式の連立一次方程式を解くことに帰着される。

$$B_i = E_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_j V_{ij} F_{ij} B_j \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

ここで、 $n$  はパッチ数、 $B_i$  はパッチ  $i$  の放射輝度、 $E_i$  はパッチ  $i$  の直射光による照度、 $\rho_j$  はパッチ  $j$  の拡散反射率、 $V_{ij}$  はパッチ  $i$  および  $j$  の間の可視性を表し、パッチ  $i$  から  $j$  が可視であれば 1、そうでなければ 0 となる。 $F_{ij}$  はパッチ  $i$  および  $j$  の間のフォームファクタを表す。一般に、 $F_{ij}$  は積分式として与えられるが、パッチが小さい場合は次式で近似できる。

$$F_{ij} = \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r_{ij}^2} A_j \quad (2)$$

ただし、図 1 に示すように、 $r_{ij}$  はパッチ  $i$  と  $j$  の距離、 $\theta_i$  および  $\theta_j$  は、それぞれ、パッチ  $i$  および  $j$  の法線とパッチ  $i$  と  $j$  の中心を結ぶ線分とのなす角、 $A_j$  はパッチ  $j$  の面積である。

提案法では、パッチの代わりにサンプル点を用いて相互反射計算を行う。フォームファクタは式(2)で表される近似式を用いて計算する。

### 4. Basic Idea

PSG のサンプル点  $i$  には、位置  $\mathbf{x}_i$ 、法線ベクトル  $\mathbf{n}_i$ 、拡散反射率  $\rho_i$  の情報が与えられているとする(図 2 参照)。相互反射の計算には、フォームファクタを計算しなくてはならず、パッチの面積が必要となる(式(2)参照)。しかし、PSG はサンプル点の集合であるため面積の概念がない。そこで、まず、各サンプル点が代表する面積を算出する。そのため、サンプル点を中心とし、サンプル点の法線方向に垂直な Tangent disk を生成する(図 2 参照)。そして、これを用いてサンプル点の代表面積を算出する。この

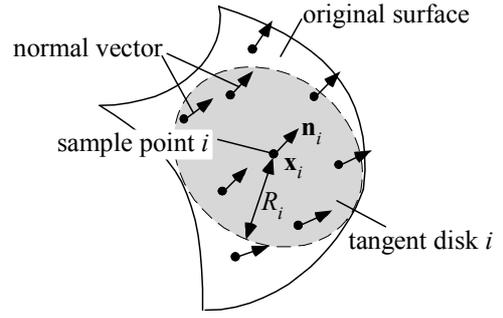


Figure 2: Sample point and tangent disk.

Tangent disk の半径  $R_i$  は、サンプル点間に隙間が生じないように、また、サンプル点の粗密を考慮して決定する。例えば、近傍のサンプル点のうち、最も遠いサンプル点までの距離とすればよい[Pfis00][Ren02]。

次に、相互反射計算を効率よく行うため、近傍に存在するサンプル点のグループ化を繰り返し、階層構造を構築する。このとき、各グループには、そのグループのサンプル点の位置・面積・法線の平均を求めることで代表点を設定しておく。最下層の代表点はそのサンプル点となる。そして、Stammingerらの手法[Stam00]を応用し、相互反射の計算を行う。このとき、影の境界など輝度が急激に変化する領域においては、もとのサンプル点だけでは十分に輝度変化を捉えられない場合がある。そこで、新たなサンプル点を輝度変化に応じてアダプティブに追加する。相互反射計算終了後、その結果を利用し、グラフィックスハードウェアを利用した surface splatting 法[Ren02]により画像を生成する。

提案手法のアルゴリズムをまとめると以下のようになる。

1. 各サンプル点の代表面積を算出する。
2. 階層構造を構築する。
3. 相互反射計算を行う。
4. 画像を生成する。

ステップ 1 および 2 は前処理として行う。

以降、1.から 3.の処理について詳しく述べる。

### 5. Computation of Representative Area

各サンプル点の代表面積を算出する最も単純な方法として、前述の Tangent disk の面積を割り付ける方法が考えられる。しかし、一般に、tangent disk 同士は重なり合うため、必要以上の面積となるだけでなく、フォームファクタの計算誤差も増大し、相互反射計算が収束しない場合が生じる。

そこで、tangent disk 同士の重なりまで考慮した正確な面積の算出方法を提案する。以下、図 3 を用いて考え方を説明する。まず、 $m$  個のサンプル点の法線方向が同じである単純な場合を用いて考え方を説明する(図 3(a)参照)。そして、より一般的な場合(図 3(b))について説明した後、グラフィックスハードウェアを利用した高速化について述べる(図 3(c))。

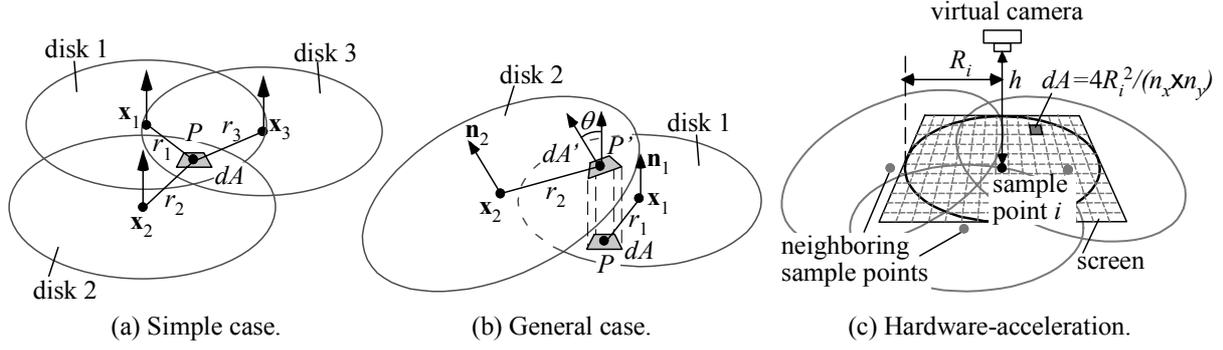


Figure 3: Computation of representative area.

### 5.1 Simple Case

図 3(a)に示すように、tangent disk  $i$  上の点  $P$  において、面積が  $dA$  である微小面要素を考える。この点  $P$  には  $m$  個の disk が重なっているとすると (図 3(a) では  $m=3$ )。そこで、この微小面要素は、 $m$  個のサンプル点により共有されていると考え、その面積  $dA$  を  $m$  個のサンプル点で分担して割り付ける。すなわち、点  $P$  から各サンプル点までの距離  $r_k (k=1, \dots, m)$  に応じた重み  $w(r_k)$  を用いて  $dA$  を分配する。サンプル点  $i$  に分配される面積  $dS_i$  は次式となる。

$$dS_i = w(r_i)dA / \sum_{k=1}^m w(r_k) \quad (3)$$

サンプル点  $i$  が代表する面積  $S_i$  は、Disk  $i$  について  $dS_i$  を積分することにより、次式で算出する。

$$S_i = \int_{A_i} dS_i = \int_{A_i} w(r_i) / \sum_{k=1}^m w(r_k) dA \quad (4)$$

ただし、 $A_i$  は Disk  $i$  内部の領域を表す。他のサンプル点についても同様の処理により代表面積を算出できる。なお、重み関数  $w$  には、次式を用いる。

$$w(r_i) = \begin{cases} \exp(-ar_i / R_i) & (r_i \leq R_i) \\ 0 & (r_i > R_i) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $a$  はユーザにより指定する定数である。

サンプル点の法線が同一である場合には、上述の方法により代表面積を算出できる。しかし、一般には、サンプル点の法線ベクトルはさまざまな方向を向いており、その Disk も同一平面で重なり合っているわけではない (図 3(b) 参照)。次節では、このような場合にも代表面積を計算できるように上述の考え方を拡張する。

### 5.2 General Case

まず、図 3(b) に示すサンプル点が二つのみの場合を用いて考え方を説明する。Disk 1 上の点  $P$  での微小面要素 (面積は  $dA$ ) を考える。サンプル点 1 の近傍にはサンプル点 2 が存在している。点  $P$  から法線  $\mathbf{n}_1$  方向に伸ばした直線と disk 2 との交点を  $P'$  とする。点  $P'$  における  $dA$  に対応する面積を  $dA'$  と、 $dA' = dA / \cos \theta = dA / (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2)$  となる (図 3(b) 参照)。ただし、 $\theta$  はサンプル点 1 の法線  $\mathbf{n}_1$  とサンプル点 2 の

法線  $\mathbf{n}_2$  のなす角である。提案法では、 $dA$  と  $dA'$  の平均面積  $d\bar{A}$  を二つのサンプル点に分配する。ただし、平均面積  $d\bar{A}$  は各サンプル点までの距離に応じた重み付き平均により求める。図 3(b) の場合、 $d\bar{A} = (w(r_1)dA + w(r_2)dA') / (w(r_1) + w(r_2))$  となる。 $w$  は式 (5) で表される重み関数、 $r_1$  は点  $P$  と  $\mathbf{x}_1$  の距離、 $r_2$  は点  $P'$  と  $\mathbf{x}_2$  の距離である。

次に、以上の考え方を一般化する。サンプル点  $i$  について考える。サンプル点  $i$  の近傍には  $m$  個のサンプル点が存在するとする。サンプル点  $i$  の近傍のサンプル点  $k$  上での微小面素の面積  $dA_k$  (図 3(b) の  $dA'$  に相当) は次式となる。

$$dA_k = dA / \cos \theta = dA / (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_k) \quad (6)$$

したがって、前述の平均面積  $d\bar{A}$  は次式により算出される。

$$d\bar{A} = \frac{\sum_{k=1}^m w_k(r_k) dA_k}{\sum_{k=1}^m w_k(r_k)} = \frac{\sum_{k=1}^m w_k(r_k) (dA / (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_k))}{\sum_{k=1}^m w_k(r_k)} \quad (7)$$

ここで、 $r_k$  は、サンプル点  $k$  と面要素との距離である (図 3(b) 参照)。

式 (7) で表される面積を近傍のサンプル点に分配する。サンプル点  $i$  に分配される面積  $dS_i$  は式 (7) の  $d\bar{A}$  を式 (3) の  $dA$  に代入することで求められる。結局、サンプル点  $i$  の代表面積  $S_i$  を表す式 (4) は次式のようになる。

$$S_i = \int_{A_i} w(r_i) / \sum_{k=1}^m w(r_k) d\bar{A} \quad (8)$$

$$= \int_{A_i} \frac{w(r_i) \sum_{k=1}^m w_k(r_k) / (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_k)}{\left( \sum_{k=1}^m w_k(r_k) \right)^2} dA \quad (9)$$

### 5.3 Hardware Acceleration

式 (8) で表される代表面積の計算を高速に行うため、グラフィックスハードウェアを利用する。まず、式 (7) の計算を行う。式 (7) はサンプル点  $k$  に輝度値  $dA_k$  を割り付け、Surface Splatting 法 [Zwic01] により画

像生成することで計算できる。そこで、グラフィックスハードウェアを利用したポイントレンダリング法[Ren02]を用いることで、高速化を図る。ただし、文献[Ren02]では、高速化のため、式(7)の分母に相当する正規化処理を画素単位ではなく、サンプル点単位で行っている。本論文では、より精度よく代表面積を計算するため、画素単位の正規化を行う。以下、サンプル点  $i$  の代表面積の計算について詳しく述べる。

まず、図 3(c)に示すように、サンプル点  $i$  の法線方向に  $h$  だけ離れた位置に仮想カメラを設定する。仮想カメラの注視点はサンプル点  $i$  の位置に設定する。そして、平行投影を仮定し、スクリーンサイズを  $2R_i \times 2R_i$  とする。ただし、 $R_i$  はサンプル点  $i$  の disk の半径である。このスクリーンを  $n_x \times n_y$  の画素に分割した場合、式(7)において  $dA = 4R_i^2 / (n_x n_y)$  となる。

次に、サンプル点  $i$  の近傍の点  $k$  ( $k=1, \dots, m$ ) を抽出し、上述の  $dA$  とサンプル点  $i$  および  $k$  の法線ベクトルから式(6)により  $dA_k$  を算出する。これをサンプル点  $k$  の輝度値として割り付けておく。そして、グラフィックスハードウェアを利用したポイントレンダリング法[Ren02]を用いて画像を生成する。ただし、サンプル点  $i$  とその近傍の  $m$  個の点のみを考慮して画像を生成する。詳細については省略するが、この処理により、フレームバッファの  $\alpha$  プレーンには、式(7)の分母部分、RGB プレーンには分子部分の値が記憶される(R, G, B それぞれに同一の値が記憶される)。その後、フレームバッファを読み込み、各画素について、R 値を  $\alpha$  値で割ることにより式(7)の  $d\bar{A}$  が得られる。

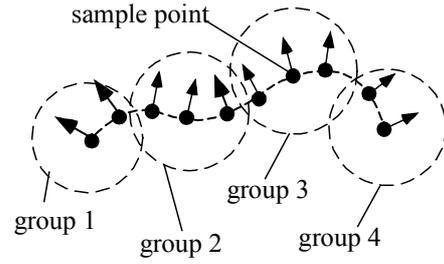
最後に、式(8)の計算するため、各画素について、サンプル点位置(スクリーン中心)からの距離  $r_i$  を計算し、重み  $w(r_i)$  を算出する。そして、上述の処理により計算した  $d\bar{A}$  と乗算し、さらに、 $\alpha$  値で割り算を行う。そして、各画素について計算した値を全て足しこめばサンプル点  $i$  の代表面積が得られる。

以上の処理を全てのサンプル点について繰り返すことにより、各サンプル点の代表面積を算出できる。

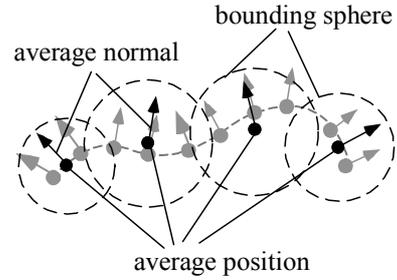
## 6. Building Hierarchical Structures

サンプル点間の距離が近く、かつ、法線がほぼ同じ方向である場合には、それらは同一の面上に存在する可能性が高い。そこで、そのようなサンプル点を同一グループにまとめる。これを繰り返すことで階層構造を構築する。このような考え方に基づく階層構造を構築する手法は、近年、いくつか提案されている[Paul02][Alex03][Dach03]。本論文では、もっとも単純な近傍探索による手法を利用する。図 4 を用いて簡単に説明する。ただし、図 4 は、説明を簡単にするため、2次元の場合を示す。

まず、ランダムにサンプル点をひとつ選択し(サンプル点  $i$  とする)、次の二つの条件を満たすサンプル



(a) Grouping neighboring points.



(b) Computing average normal, average position, and bounding sphere.

Figure 4: Building hierarchy.

点  $j$  ( $j \neq i$ ) を全て求め、同一グループとして分類する(図 4(a)参照)。

$$|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| < b, \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j > \varepsilon, \quad (9)$$

ただし、 $b$  は disk  $i$  の半径の 2 倍とし( $b = 2.0 \times R_i$ )、 $\varepsilon$  はユーザにより指定する( $|\varepsilon| < 1.0$ )。  $\varepsilon$  はサンプル点間の法線ベクトルの一致度のしきい値である。例えば、 $\varepsilon$  を 1.0 にした場合、法線ベクトルが完全に一致しなければグループ化は行われぬ。なお、式(9)を満たすサンプル点の探索は、kd-tree[Jans98]を用いることで効率的に行える。次に、グループ化されなかったサンプル点の中から再びサンプル点を選択し、同様の処理を行う。これを繰り返すことで、サンプル点のグループ化ができる。

次に、図 4(b)に示すように、各グループについて、グループ内に含まれるサンプル点の平均の位置および平均の法線ベクトルを求める。また、その平均位置を中心とし、グループ内の全てのサンプル点の tangent disk を含むような外接球の半径を求める。そして、これら平均位置・平均法線・外接球を用い、式(9)の条件を適用し、再グループ化を行う。ただし、その際、 $b = 2.0 \times$ (外接球の半径)とする。

以上の処理をグループ化が行われなくなるまで再帰的に繰り返すことにより、階層構造を構築する。なお、各グループには、そのグループ内のサンプル点の面積の総和を割り付けておく。

## 7. Radiosity Calculation

相互反射の計算のためには、サンプル点間のフォームファクタおよび可視性を計算する必要がある。サンプル点  $i$  および  $j$  の間のフォームファクタ  $F_{ij}$  はサンプル点間の位置関係とそれぞれの法線ベクトルおよび 5 節の方法により計算した代表面積を用い

て、式(2)により計算する。また、サンプル点間の可視性  $V_{ij}$  は、サンプル点  $i$  および  $j$  を結ぶ線分と全ての Tangent Disk との交差判定により決定する。この交差判定は、前節で述べた方法により構築した階層構造を利用して効率よく行える。

相互反射計算には、Stamminger らの手法[Stam00]を利用するが、パッチの代わりにサンプル点を用いる。考え方は以下のとおりである。まず、6 節の方法により構築した階層構造のうち、最上位の(最も粗い)階層レベルの平均位置・平均法線・面積を用いて相互反射計算を行う。そして、その結果から誤差評価を行い、誤差の大きなグループはより下層の(細かい)グループに置き換える。そして、再び相互反射計算を行う。これを誤差が指定された値  $\zeta$  以下になるまで繰り返す。繰り返し計算において、 $\zeta$  の値を徐々に小さくすることで効率的に解を得ることができる。詳細は[Stam00]を参照していただきたい。

上記の方法を用いる場合、誤差の評価方法を定義する必要がある。また、影の境界など輝度が急激に変化する領域においては、最下層のサンプル点(元のサンプル点)でも十分に輝度変化を捉えられない場合も考えられる。そこで、輝度変化に応じてアダプティブにサンプル点を追加する。以下、誤差評価の方法とアダプティブなサンプル点の追加方法について述べる。

## 7.1 誤差評価の方法

誤差評価は、サンプル点  $i$  の放射輝度とその周辺に位置するサンプル点の放射輝度の差により評価する。まず、サンプル点  $i$  の周辺のサンプル点のうち、式(9)を満たすサンプル点  $j$  を抽出する。いま、サンプル点  $i$  と  $j$  との放射輝度の差を  $d_{ij}$  で表す。そして、次式で表される条件を満たす場合に階層レベルを更新する。

$$\max_j |d_{ij}| > \zeta, \quad d_{ij} = B_j - B_i \quad (10)$$

ただし、 $\zeta$  はユーザにより指定するしきい値である。

## 7.2 アダプティブなサンプル点の追加

影の境界など輝度が急激に変化する領域においては、最下層のレベル、すなわち、もとのサンプル点でも十分に輝度変化を捉えられない場合が生じる。この問題を解決するため、階層構造のリーフノードに相当するサンプル点  $i$  について、式(10)を満たす場合にはこれを削除し、その近傍に新たに4つのサンプル点を追加する。これらの追加された4つのサンプル点は、サンプル点  $i$  の子として新たに記憶する。この方法は、通常の四角形パッチによる相互計算アルゴリズムにおいて用いられているアダプティブにパッチを分割する方法[Cohen86]を応用したものである。上記の追加処理はリーフノードにあたるサンプル点について再帰的に行う。追加するサンプル点の位置は、以下に述べる方法により決定する。

影の境界付近では、その境界に沿ってサンプル点を追加することで精度の向上が図れると期待でき

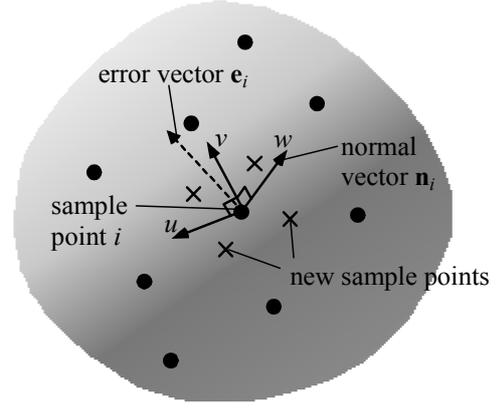


Figure 5: Adding new sample points.

る。また、同一箇所に複数のサンプル点を配置することは冗長と考えられる。そこで、以下の二つの条件を考慮してサンプル点位置を決定する。

- (1) 輝度勾配に沿ってサンプル点を配置する。
- (2) 局所領域に偏らないようにサンプル点を配置する。

以下、サンプル点  $i$  の近傍に新たにサンプル点を追加する場合について図5を用いて説明する。図5の陰影部分はサンプル点  $i$  近傍の輝度分布を表す。

まず、条件(1)を考慮するため、サンプル点  $i$  の近傍で、式(9)を満たすサンプル点  $j(j = 1, \dots, m)$  を抽出し、次式を用いてサンプル点  $i$  における誤差ベクトル  $\mathbf{e}_i$  を定義する。

$$\mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^m d_{ij} \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|} \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{x}_i$  および  $\mathbf{x}_j$  は、それぞれ、サンプル点  $i$  および  $j$  の位置を表す。誤差ベクトル  $\mathbf{e}_i$  は、輝度差  $d_{ij}$  を重みとしてサンプル点  $i$  の周辺のサンプル点への単位ベクトルを加算したベクトルとなっている。すなわち、誤差ベクトル  $\mathbf{e}_i$  は、図5に示すように、サンプル点  $i$  において、輝度変化の激しい方向を指すベクトルとなる。そこで、このベクトルを用い、サンプル点  $i$  の位置を原点とした局所座標系  $uvw$  を定義する。 $w$  軸はその法線ベクトル  $\mathbf{n}$  とする。そして、 $u$  軸は誤差ベクトル  $\mathbf{e}_i$  と  $w$  軸に垂直な方向とし、 $v$  軸は  $u$  軸と  $w$  軸に垂直な方向とする。そして、この座標系において、図5に示すように、 $(-0.5R_i, 0.5R_i, 0.0)$ ,  $(0.5R_i, 0.5R_i, 0.0)$ ,  $(0.5R_i, -0.5R_i, 0.0)$ ,  $(-0.5R_i, -0.5R_i, 0.0)$  の4つの位置にサンプル点を追加する( $R_i$  はサンプル点  $i$  の Tangent Disk の半径)。このように  $u$  および  $v$  軸方向を設定することにより、サンプル点  $i$  での輝度変化方向を反映した位置にサンプル点を配置でき、上述の条件(1)を考慮できる。新たに追加したサンプル点の Tangent Disk の半径は、元のサンプル点  $i$  の半径の  $1/2$  とする。また、法線ベクトルはサンプル点  $i$  と同一とし、面積はサンプル点  $i$  の  $1/4$  の面積を割り付ける。

次に、条件(2)を考慮するため、point repulsion 法[Turk92][Paul03]を用いて上記の方法により決定し

たサンプル点位置を修正する。まず、追加したサンプル点とその近傍のサンプル点間の距離に応じた力を計算する。サンプル点間の距離が近い場合に反発力が働くようにする。ただし、一定距離以上離れているサンプル点同士には力は働かないものとする。そして、その力の方向にサンプル点を少しだけ移動する。その後、再び力を計算し、移動する。この処理を指定された回数繰り返す。この方法によりサンプル点の配置が著しく偏ることを防ぐことができる。

## 8. Examples

本節では、まず、簡単な例により提案法の有効性について検討する。その後、より複雑なモデルに提案法を適用した例を示す。なお、以下の例は、CPUは Pentium III(1.2 GHz)、また、GPUは NVIDIA 社の GeForce4 Ti を搭載した計算機を用いてシミュレーションを行っている。

### 8.1 Experimental Results

図 6 に示すように、壁面で囲まれた室内を考え、その内部に三つの球を配置した例を用いて提案法の有効性を検討した。図 6(a)は点の分布を示す。ポリゴンにより作成した壁面および球をサンプルし PSG を生成した。壁面の一边の長さは 3.5[m]、球の半径は 0.8m, 0.4m, 0.2m である。サンプル点数は壁面が??であり、球は全て??である。式(9)のしきい値  $\epsilon$  を 0.8 に設定し、4 レベルの階層構造を構築した。図 6(b)にレベル 2 および 4 のグループ化の様子を示す。サンプル点位置に四角形を配置し、グループごとに異なる色をランダムに設定した。

まず、5 節で提案した面積計算の妥当性を検討するため、半径 0.8m の球の表面積を算出した。提案法によりサンプル点の代表面積を計算し、その総和を求めた。その結果、球の表面積は 8.23 m<sup>2</sup> となった。真値は、8.04 m<sup>2</sup> であるから、相対誤差は 2.63% となり、十分な精度で面積の算出が行われていることがわかる。

次に、天井部分に単一の面光源を配置し、照明シミュレーションを行った。その結果を図 7 に示す。図 7(a)は 7 節で提案したサンプル点の追加処理を行わずに相互反射計算を行った例である。サンプル点の追加処理を行った場合を図 7(b)に示す。図 7(a)および(b)では、球の影の部分の精度を確認するため、球周辺部分の画像を左上に示している。また、図 7(c)は図 7(b)の場合のサンプル点の分布である。図 7(a)および(b)を比較するとわかるように、サンプル点の追加処理により、特に影の境界付近において、高精度に輝度分布を捉えることが可能となっている。図 7(a)では球の影がぼやけているが、図 7(b)では精度よく捉えられている。また、図 7(c)から、輝度変化に応じてアダプティブにサンプル点が追加されているのがわかる。この例では、??点のサンプル点が新たに追加された。

計算時間については、サンプル点の代表面積の計算は 4 秒であり、相互反射計算は約 1 分であった。

以上より、提案手法の有効性が確認できる。

## 8.2 Practical Examples

## 9. Conclusions

ポイントサンプルジオメトリのための相互反射計算法を提案した。サンプル点が代表する面積の計算手法とグラフィックスハードウェアを利用した高速化法を提案した。これにより、サンプル点間のフォームファクタ計算が可能となる。そして、サンプル点を階層的にグループ化し、Hierarchical Radiosity法を応用することで効率的な相互反射計算を実現した。また、計算精度を向上させるため、影の境界など急激な輝度変化を表現できるようアダプティブにサンプル点を追加する手法を開発した。同一箇所サンプル点が集まることなく、かつ、輝度勾配に沿ってサンプル点を追加することができる。

今後の課題としては、鏡面反射を考慮できるよう手法を拡張する必要がある。これは従来のパッチベースのラジオシティ法のために開発されている手法の応用やフォトンマッピング法[Jans98]との組み合わせが考えられる。

## References

- [Pfi00] H. Pfister, M. Zwicker, J. V. Baar, M. Gross, "Surfels: Surface Elements as Rendering Primitives," *Proc. SIGGRAPH 2000*, pp. 335-342 (2000).
- [Rusi00] S. Rusinkiewica, M. Levoy, "Qsplat: A Multiresolution Point Rendering System for Large Meshes," *Proc. SIGGRAPH 2000*, pp. 343-352 (2000).
- [Shau00] G. Shaufler, H. W. Jansen, "Ray Tracing Point Sampled Geometry," *Proc. Eurographics Workshop on Rendering 2000*, pp.319-328 (2000).
- [Zwic01] M. Zwicker, H. Pfister, J. V. Baar, M. Gross, "Surface Splatting," *Proc. SIGGRAPH 2001*, pp. 371-378 (2001).
- [Paul01] M. Pauly, M. Gross, "Spectral Processing of Point-Sampled Geometry," *Proc. SIGGRAPH 2001*, pp. 379-386 (2001).
- [Adam03] A. Adamson and M. Alexa, "Ray Tracing Point Set Surfaces," *Proc. Shape Modeling International 2003*, pp. 272-279 (2003).
- [Stam00] M. Stamminger, A. Scheel, H. P. Seidel, "Hierarchical Radiosity with Global Refinement," *Proc. Vision, Modeling, and Visualization 2000*, pp. 263-271 (2000).
- [Hanr91] P. Hanrahan, D. Salzman, L. Aupperle, "A Rapid Hierarchical Radiosity Algorithm," *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH'91)*, Vol. 25, No. 3, pp. 197-206 (1991).
- [Ren02] L. Ren, H. Pfister, M. Zwicker, "Object Space EWA Surface Splatting: A Hardware Accelerated

- Approach to High Quality Point Rendering,” *Computer Graphics Forum*, Vol. 21, No. 3, pp. ??-?? (2002).
- [Kala03] A. Kalaiah and A. Varshney, “Modeling and Rendering Points with Local Geometry,” *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 9, No. 1, pp. 30-42 (2003).
- [Stam01] M. Stamminger and G. Drettakis, “Interactive Sampling and Rendering for Complex and Procedural Geometry,” *Proc. Rendering Techniques 2001 (12<sup>th</sup> Eurographics Workshop on Rendering)*, pp.151-162 (2001).
- [Dach03] C. Dachsbacher, C. Vogelgsang, M. Stamminger, “Sequential Point Trees,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 23, No. 3 (Proc. SIGGRAPH 2003), pp. 657-662 (2003).
- [Paul02] M. Pauly, M. Gross, L. Kobbelt, “Efficient Simplification of Point-sampled Surfaces,” *Proc. IEEE Visualization 2002*, pp. ??-?? (2002).
- [Alex03] M. Alexa, J. Behr, D. Cohen-Or, S. Fleishman, D. Leving, C. T. Silvia, “Computing and Rendering Point Set Surfaces,” *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 9, No. 1, pp. 3-15 (2003).
- [Turk92] G. Turk, “Re-Tiling Polygonal Surfaces,” *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH’92)*, Vol. 26, No. 3, pp. 52-64 (1992).
- [Paul03] M. Pauly, R. Keiser, L. P. Kobbelt, M. Gross, “Shape Modeling with Point-Sampled Geometry,” *ACM. Trans. on Graphics*, Vol. 23, No. 3 (Proc. SIGGRAPH 2003), pp. 641-650 (2003).
- [Adam03] B. Adams, P. Dutre, “Interactive Boolean Operations on Surfel-Bounded Solids,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 23, No. 3 (Proc. SIGGRAPH 2003), pp. 651-656 (2003).
- [Jans98] H. W. Jansen, P. H. Christensen, “Efficient Simulation of Light Transport in Scenes with Participating Media using Photon Maps,” *Proc. SIGGRAPH’98*, pp. 311-320 (1998).
- [Cohe93] M. Cohen, J. R. Wallace, “Radiosity and Realistic Image Synthesis,” Morgan Kaufman Publishing (ISBN 0121782700) (1993).
- [Levo85] M. Levoy, T. Whitted, “The Use of Points as a Display Primitive,” Technical Report TR 85-022, The University of North Carolina at Chapel Hill, Dept. of Computer Science (1985).
- [Cohe86] M. F. Cohen, D. P. Greenberg, D. S. Immel, P. J. Brock, “An Efficient Radiosity Approach for Realistic Image Synthesis,” *IEEE Computer Graphics and Application*, Vol. 6, No. 2, pp. 26-35 (1986).

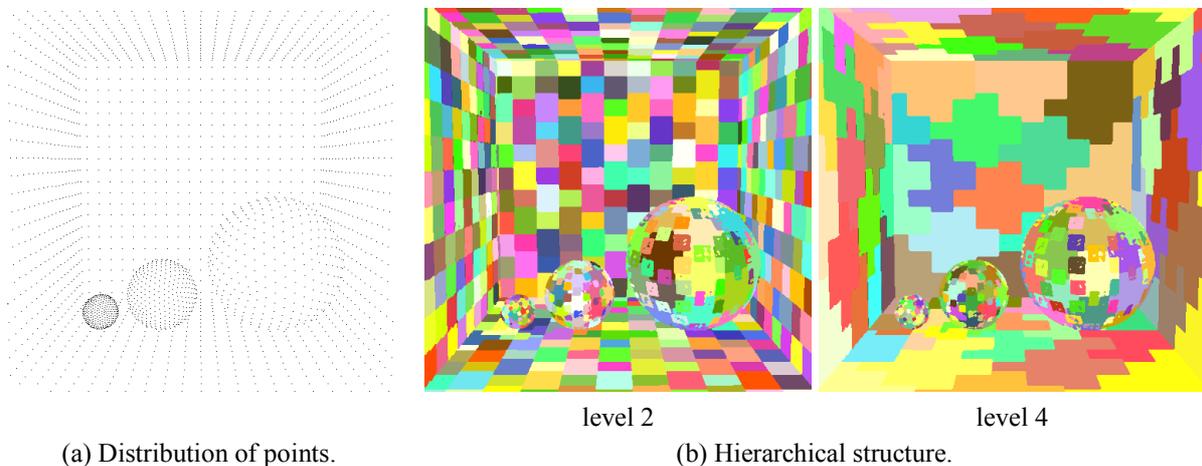
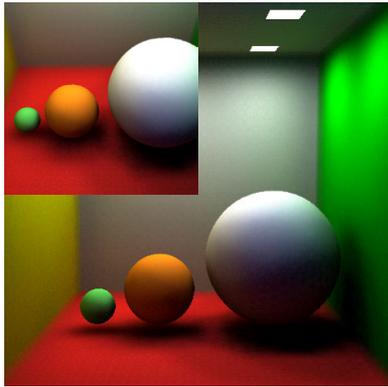
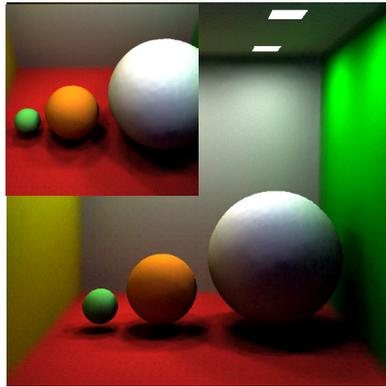


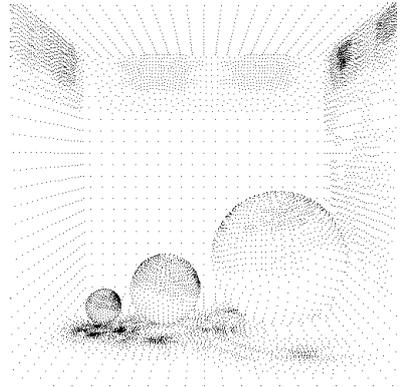
Figure 6: Spheres in a room.



(a) Without adaptive sampling.



(b) With adaptive sampling.



(c) Distribution of points.

Figure 7: Experimental results.